*Tomasz Dębiec*
*Uniwersytet Warszawski*
*Instytut Matematyki Stosowanej i Mechaniki*

# Zasada zachowania energii dla słabych rozwiązań równań mechaniki płynów

Ogólna teoria istnienia rozwiązań dla podstawowych równań mechaniki płynów (równania Eulera, równania Naviera–Stokesa) pozostaje otwartą kwestią. Jednak przeważnie nie jest trudnym zadaniem wykazać, że rozwiązanie klasyczne (o ile istnieje) spełnia również prawo zachowania energii całkowitej. Nie jest to jednak prawdą w klasie słabych rozwiązań — możliwe jest skonstruowanie słabych rozwiązań, które gubią energię (patrz np. [6]). Rozwiązania te są jednak silnie nieregularne. W latach czterdziestych ubiegłego stulecia Lars Onsager [5] zapostulował, że istnieje graniczna regularność, powyżej której słabe rozwiązania równania Eulera dla cieczy nieściśliwej będą zachowywać energię. Hipoteza ta przyciągnęła uwagę wielu matematyków i fizyków, a jej całkowite rozwiązanie zajęło prawie 70 lat.

W prezentacji skupimy się na pytaniu: *Jaka minimalna regularność słabych rozwiązań gwarantuje, że będą one spełniały prawo zachowania energii?* Omówimy odpowiedź zarówno w kontekście klasycznej hipotezy Onsagera (patrz [2]), jak i innych układów mechaniki płynów (takich jak równanie Eulera cieczy ściśliwej, równania Naviera–Stokesa, czy równania Eulera–Kortewega).

## Bibliografia

[1] T.Dębiec, P. Gwiazda, A. Świerczewska-Gwiazda. *A tribute to energy conservation for weak solutions.* arXiv, (1707.09794), 2017.

[2] P. Constantin, W. E, E. S. Titi. *Onsager's conjecture on the energy conservation for solutions of Euler's equation.* Comm. Math. Phys. 165 (1994), 207–209.

[3] E. Feireisl, P. Gwiazda, A. Świerczewska-Gwiazda, E. Wiedemann. *Regularity and energy conservation for the compressible Euler equations.* Arch. Rational Mech. Anal. 223 (2017), 1–21.

[4] P. Gwiazda, M. Michálek, A. Świerczewska-Gwiazda. *A note on weak solutions of conservation laws and energy/entropy conservation.* arXiv, (1706.10154), 2017.

[5] L. Onsager. *Statistical hydrodynamics.* Nuovo Cimento (9) 6 (1949) Supplemento, no. 2 (Convegno Internazionale di Meccanica Statistica), 279–287.

[6] A. Shnirelman. *Weak solutions with decreasing energy of incompressible Euler equations.* Comm. Math. Phys. 210 (2000), 541–603.