Joanna Napiórkowska i Zbigniew Peradzyński
Wojskowa Akademia Techniczna
E-mail: `zperadz@mimuw.edu.pl, Joanna.napiorkowska@wat.edu.pl`

O niestabilnościach rozwiązań układów hiperbolicznych

Wykład poświęcony będzie rozszerzeniu metody omawianej w poprzednim roku, której idea pochodzi od Whithama [1], na quasiliniowe układy hiperboliczne postaci

$$U_t + A^\nu(U)U_\nu = \mu f_1(U) + f_2(U), \tag{1}$$

gdzie $U(t,x)$ jest funkcją wektorową o n składowych, a $x \in \mathbb{R}^d$. W równaniu (1) obowiązuje konwencja sumacyjna Einsteina ze względu na indeks $\nu = 1,\dots,d$. Parametr μ jest traktowany jako „duży parametr”. Skupimy się tu na badaniu niestabilności rozwiązań stałych, a więc możemy ograniczyć się do sytuacji, gdy $U \equiv 0$ jest rozwiązaniem. Jeśli $\mu \to \infty$, wówczas możemy się spodziewać, że w dobrym przybliżeniu spełnione jest $f_1(U) = 0$, co pozwala wyrazić część zmiennych U poprzez pozostałe. Jeśli uwzględnić to w równaniu (1), wówczas dostajemy układ zredukowany z mniejszą ilością zmiennych zależnych. Jeśli niektóre charakterystyki nowego układu są zespolone bądź też (jeśli są rzeczywiste) nie spełniają pewnych warunków, typu warunków ewolucyjności Laxa, wówczas, jak pokazujemy, rozwiązanie zerowe jest niestabilne. Warto tu zauważyć, że w przypadku wystąpienia warunków niestabilności rozwiązania układu zredukowanego nie spełniają warunków kauzalności z punktu widzenia układu wyjściowego (1).

Literatura

[1] G. B. Whitham. *Linear and Nonlinear Waves.* Pure and Applied Mathematics, John Wiley and Sons, 1974.