Roksana Brodnicka, Henryk Gacki
Instytut Matematyki Uniwersytetu Śląskiego w Katowicach

Asymptotyczna stabilność ewolucyjnych równań typu Boltzmanna

Pewne problemy fizyki matematycznej można opisywać za pomocą równań różniczkowych na przestrzeni funkcji o wartościach w przestrzeni miar znakozmiennych. Niestety, przestrzeń wektorowa miar znakozmiennych nie ma dobrych własności analitycznych, potrzebnych do tego typu rozważań. W szczególności przestrzeń ta z metryką Fortet–Mouriera, Kantorowicza–Wassersteina lub Zołotariewa nie jest przestrzenią zupełną. Znane są dwie metody pozwalające rozwiązać ten problem. Pierwsza z nich polega na tym, że oryginalne równania zamienia się na równania sprzężone na przestrzeni funkcji ograniczonych ciągłych. W przypadku drugiej metody rozważa się dane równanie na podzbiorach zupełnych wypukłych w przestrzeni miar znakozmiennych, a następnie wykorzystuje klasyczne rezultaty związane z równaniami ewolucyjnymi na wypukłych podzbiorach przestrzeni Banacha.

Metoda zbiorów wypukłych w badaniu asymptotyki rozwiązań różnych wersji równań typu Boltzmanna była wykorzystywana w wielu publikacjach (dla przykładu: A. Lasota, J. Traple, H. Gacki, R. Brodnicka).

Głównym celem tej prezentacji jest przedstawienie zastosowania w teorii stabilności układów dynamicznych, pewnej szczególnej własności normy pełnego wahania. Własność tę będziemy nazywać zasadą maksimum dla normy pełnego wahania. Dokładniej pokażemy, że zasada ta w połączeniu z zasadą inwariancji typu LaSalla pozwala znaleźć nowe kryteria asymptotycznej stabilności rozwiązań zwartych różnych wersji równań typu Boltzmanna.

Literatura

[1] M. F. Barnsley, H. Cornille, *General solution of a Boltzmann equation and the formation of Maxwellian tails*, Proc. Roy. London A 374 (1981), 371–400.
[2] H. Brezis, A. Pazy, *Semigroups of nonlinear contractions on convex sets*, J. Funct. Anal. 6 (1970), 237–281.
[3] R. Brodnicka, H. Gacki, *Asymptotic stability of a linear Boltzmann-type equation*, Appl. Math. 41 (2014), 323–334.
[4] R. Brodnicka, H. Gacki, *Asymptotic stability of an evolutionary nonlinear Boltzmann-type equation*, Acta Polytechnica Hungarica 14 (2017), no. 5, 151–162.
[5] M. G. Crandall, *Differential equations on convex sets*, J. Math. Soc. Japan 22 (1970), 443–455.
[6] R. M. Dudley, *Probabilities and metrics*, Aarhus Universitet, Aarhus 1976.
[7] S. Ethier, T. Kurtz, *Markov Processes, Characterization and Convergence*, John Wiley and Sons, New York 1986.
[8] H. Gacki, *On the Kantorovich–Rubinstein maximum principle for the Fortet–Mourier norm*, Ann. Polon. Math. 86 (2005), 107–121.
[9] H. Gacki, *Applications of the Kantorovich–Rubinstein maximum principle in the theory of Markov semigroups*, Dissertationes Math. 448 (2007).
[10] H. Gacki, A. Lasota, *A nonlinear version of the Kantorovich–Rubinstein maximum principle*, Nonlinear Anal. 52 (2003), 117–125.

[11] L. V. Kantorovich, G. S. Rubinstein, *On a space of completely additive functions* (in Russian), Vestnik Leningrad Univ. 13 (1958), no. 7, 52–59.

[12] A. Lasota, *Asymptotic stability of some nonlinear Boltzmann-type equations*, J. Math. Anal. Appl. 268 (2002), 291–309.

[13] A. Lasota, *Invariant principle for discrete time dynamical systems*, Univ. Jagellonicae Acta Math. (1994), 111–127.

[14] A. Lasota, M.C. Mackey, *Chaos, Fractals and Noise*, Springer, Berlin 1994.

[15] A. Lasota, J. Traple, *An application of the Kantorovich–Rubinstein maximum principle in the theory of the Tjon–Wu equation*, J. Differential Equations 159 (1999), 578–596.

[16] A. Lasota, J. Traple, *Asymptotic stability of differential equations on convex sets*, J. Dyn. Differ. Equ. 15 (2003), 335–355.

[17] A. Lasota, J. Traple, *Properties of stationary solutions of a generalized Tjon–Wu equation*, J. Math. Anal. Appl. 335 (2007), 669–682.

[18] G. Monge, *Mémoire sur la théorie des déblais et des ermblais*, Histoire de l'Académie des sciences de Paris, avec les Mémoires de mathématique et de phisique pour la même année, avec 2 pl. (1781), 666–704.

[19] J. A. Tjon, T. T. Wu, *Numerical aspects of the approach to a Maxwellian equation*, Phys. Rev. A 19 (1979), 883–888.

[20] S. T. Rachev, *Probability Metrics and the Stability of Stochastic Models*, John Wiley and Sons, New York 1991.