Tomasz Komorowski
IM PAN, Warszawa

Asymptotyka liniowego równania kinetycznego z interfejsem

Można pokazać, iż kinetyczna granica gęstości energii $W(t,x,k)$ w zlinearyzowanym, jednowymiarowym modelu przewodnika ciepła oddziaływającego z termostatem, umieszczonym w punkcie $x=0$ i utrzymującym stałą temperaturę T, opisana jest przez liniowe równanie kinetyczne z interfejsem w następującej postaci

$$\partial_t W(t,x,k) + \bar{\omega}'(k)\partial_x W(t,x,k) = \mathcal{L}W(t,x,k), \quad W(0,x,k) = W_0(x,k), \quad \{x \neq 0\}.$$

Parametr $k \in \mathbb{T}$, gdzie $\mathbb{T}$ jest jednowymiarowym torusem (tj. odcinkiem $[-1/2, 1/2]$ z utożsamionymi końcami), jest liczbą falową *fononu* znajdującego się w chwili t w położeniu x. Prędkość fononu jest pochodną relacji dyspersji $\bar{\omega}(k)$, zaś operator rozpraszania dany jest przez

$$\mathcal{L}W(t,x,k) = \int_{\mathbb{T}} R(k,k')[W(t,x,k') - W(t,x,k)]\,dk',$$

gdzie $R(k,k')$ jest odpowiednim jądrem rozpraszania. Warunki zadane na interfejsie mają postać

$$W_+(t,k) = p_-(k)W_+(t,-k) + p_+(k)W_-(t,k) + g(k)T, \text{ dla } 0 \leqslant k \leqslant 1/2,$$

oraz

$$W_-(t,k) = p_-(k)W_-(t,-k) + p_+(k)W_+(t,k) + g(k)T, \text{ dla } -1/2 \leqslant k \leqslant 0.$$

Tutaj

$$W_-(t,k) := W(t,0^-,k), \quad W_+(t,k) := W(t,0^+,k).$$

Parametry $p_-(k), p_+(k)$ oraz $g(k)$ są nieujemne i odpowiadają prawdopodobieństwom *odbicia, transmisji i pochłonięcia* fononu o liczbie falowej k przez interfejs. Zachodzi więc relacja $p_-(k)+p_+(k)+g(k) \equiv 1$, $k \in \mathbb{T}$. Omówię granice wielkoskalowe $W(t,x,k)$ w zależności od postaci $R(k,k')$.

Prezentowane wyniki zostały uzyskane we współpracy z G. Basile (Univ. Roma I), S. Olla (Univ. Paris-Dauphine), L. Ryzhik (Stanford Univ.), H. Spohn (TU, Munich).