*Leszek Plaskota*
*Uniwersytet Warszawski, Instytut Matematyki Stosowanej i Mechaniki*
*E-mail:* leszekp@mimuw.edu.pl

## O efektywnym całkowaniu na $\mathbb{R}^d$

Problem numerycznego całkowania funkcji wielu zmiennych określonych na $\mathbb{R}^d$ sprowadzamy często do równoważnego problemu całkowania na kostce jednostkowej poprzez odpowiednią zamianę zmiennych, aby następnie zastosować metody quasi-Monte Carlo albo metody oparte na siatkach rzadkich, które są dobrze poznane i dostosowane do tego rodzaju dziedzin całkowania. To podejście jest bardzo czułe na wybraną zamianę zmiennych. Na przykład, rozpatrzmy zadanie całkowania z wagą gaussowską,

$$\mathcal{I}_d(f) = (2\pi)^{-d/2} \int_{\mathbb{R}^d} f(\mathbf{x}) \exp^{-\|\mathbf{x}\|_2^2/2} \, \mathrm{d}\mathbf{x}, \qquad \mathbf{x} = (x_1, \ldots, x_d),$$

gdzie $f$ jest pewną ‘regularną’ funkcją. W tym przypadku, standardowa zamiana zmiennych $x_i = \sqrt{2}\,\mathrm{erfinv}(2t_i)$, $1 \leqslant i \leqslant d$, jest zwykle mało efektywna, ponieważ w wyniku otrzymujemy całkę

$$\int_{\left[-\frac{1}{2},\frac{1}{2}\right)^d} g(\mathbf{t}) \, \mathrm{d}\mathbf{t}, \qquad \mathbf{t} = (t_1, \ldots, t_d),$$

w której funkcja $g$ nie jest wystarczająca gładka, a przez to teoretyczna zbieżność użytych do niej metod nie jest zapewniona. Jednakże gładkość funkcji wynikowej można łatwo poprawić, a przez to uczynić numeryczne całkowanie bardziej efektywnym, poprzez zastosowanie nieco innej zamiany zmiennych; mianowicie $x_i = \sqrt{2a}\,\mathrm{erfinv}(2t_i)$, z odpowiednio wybranym parametrem $a > 1$. W czasie wykładu przeprowadzimy teoretyczną dyskusję dotyczącą w/w zamiany zmiennych i w szczególności optymalnego wyboru $a$, a także pokażemy wyniki testów numerycznych.

Temat jest realizowany wspólnie z P. Kritzerem (RICAM, Austria), F. Pillichshammerem (JKU, Austria) oraz G.W. Wasilkowskim (University of Kentucky, USA).