prof. dr hab. Teresa Regińska
Instytut Matematyczny PAN

Rozwiązywanie zadań źle postawionych z zaburzonymi danymi bez znajomości poziomu błędu

Rozpatrywane zadanie polega na aproksymacji rozwiązania równania operatorowego $Au = f, A \in L(X, Y)$ w przypadku, gdy AX nie jest zbiorem domkniętym (czyli zadanie źle postawione), a zamiast dokładnego f dane jest f^δ i $\|f - f^\delta\| \leqslant \delta$. Na dodatek zakładamy, że nie znamy dokładnego δ. Do rozwiązywania zadań źle postawionych stosujemy tzw. metody regularyzacji, które mają w sobie „parametr regularyzacji" zależny od błędu. Często w praktyce dokładne δ nie jest znane i stosuje się tzw. heurystyczne kryteria wyboru parametru regularyzacji zależne od znanego f^δ. Przy takich kryteriach wyboru metody regularyzacji mogą być zbieżne (gdy $\delta \to 0$) jedynie przy dodatkowych założeniach o strukturze zaburzonych danych.

W referacie zajmiemy się kryterium quasi-optymalnym oraz kryterium Hanke–Rausa wyboru parametru regularyzacji w metodzie Tichonowa polegającymi na minimalizacji pewnych funkcjonałów. Zbieżność otrzymuje się przy dodatkowych założeniach o błędzie, które nie mogą być spełnione w przypadku skończeniewymiarowym. W praktyce często stosuje się metodę Tichonowa do skończeniewymiarowej dyskretyzacji. Zajmiemy się więc na koniec kombinacją metody Ritza z regularyzacją Tichonowa i przedstawimy nowe kryterium wyboru parametrów. Sformułowane zostaną warunki, w tym na błąd $f - f^\delta$, przy których zachodzi zbieżność dyskretnego zregularyzowanego rozwiązania do dokładnego, gdy $\delta \to 0$.