

Tomasz Bochacik,
 Maciej Goćwin, Paweł Morkisz i Paweł Przybyłowicz
 Akademia Górniczo-Hutnicza im. Stanisława Staszica w Krakowie
 Wydział Matematyki Stosowanej

Randomizowane algorytmy numeryczne dla równań różniczkowych zwyczajnych

Rozważamy zagadnienie optymalnej aproksymacji rozwiązań problemów początkowych następującej postaci:

$$\begin{cases} z'(t) = f(t, z(t)), & t \in [a, b], \\ z(a) = \eta, \end{cases}$$

gdzie $-\infty < a < b < \infty$, $d \in \mathbb{N}$, $\eta \in \mathbb{R}^d$ i $f : [a, b] \times \mathbb{R}^d \rightarrow \mathbb{R}^d$.

Omówimy wyniki zawarte w pracach [1,2] dotyczące randomizowanych wersji trzech klasycznych algorytmów przybliżających rozwiązanie równań różniczkowych zwyczajnych: jawnego i niejawnego schematu Eulera oraz dwupoziomowego schematu Rungego–Kutty. W pierwszej części wystąpienia przedstawimy górne oszacowania błędów wymienionych metod przy informacji zaburzonej i przy słabych założeniach o funkcji prawej strony (m.in. lokalnej lipschitzowskości ze względu na drugi argument). Podobna analiza przy informacji dokładnej i nieco innych założeniach została przeprowadzona w [3,5]. W dalszej części przedstawimy dolne oszacowania błędów w pewnych klasach algorytmów i omówimy optymalność rozważanych schematów (w sensie asymptotycznego osiągnięcia n -tego błędu minimalnego). Ostatnia część referatu poświęcona będzie charakteryzacji probabilistycznych obszarów stabilności omawianych algorytmów. Tego typu obszary badane były wcześniej w kontekście stochastycznych równań różniczkowych, na przykład w [4].

Bibliografia

- [1] T. Bochacik, M. Goćwin, P. M. Morkisz, P. Przybyłowicz, *Randomized Runge–Kutta method — stability and convergence under inexact information*, J. Complex. 65 (2021), 101554.
- [2] T. Bochacik, P. Przybyłowicz, *On the randomized Euler schemes for ODEs under inexact information* (2021), praca wysłana do recenzji, preprint: <https://arxiv.org/pdf/2104.15071.pdf>.
- [3] M. Eisenmann, M. Kovács, R. Kruse, S. Larsson, *On a randomized backward Euler method for nonlinear evolution equations with time-irregular coefficients*, Found. Comp. Math. 19 (2019), 1387–1430.
- [4] D. J. Higham, *Mean-square and asymptotic stability of the stochastic theta method*, SIAM J. Numer. Anal. 38 (2000), 753–769.
- [5] R. Kruse, Y. Wu, *Error analysis of randomized Runge–Kutta methods for differential equations with time-irregular coefficients*, Comput. Methods Appl. Math. 17 (2017), 479–498.