Teresa Regińska
Instytut Matematyczny PAN

Metody numeryczne w zagadnieniach źle postawionych

Referat dotyczy rozwiązywania równania $Au = f$ z operatorem $A \in L(X, Y)$, którego rozwiązanie nie zależy w sposób ciągły od prawej strony, czyli rozwiązywania zagadnienia źle postawionego. W praktyce mamy do czynienia z zaburzoną prawą stroną f^δ, gdzie $\|f - f^\delta\| \leqslant \delta$. Rozwiązanie z prawą stroną f^δ może nie istnieć, albo być dowolnie dalekie od rozwiązania dokładnego (którego istnienie zakładamy). Przypomnimy, kiedy rozwiązanie przybliżone uznajemy za aproksymację rozwiązania dokładnego, oraz przypomnimy ogólny pomysł metod regularyzacji dla zagadnień źle postawionych.

W metodach numerycznych mamy do czynienia z rodziną skończeniewymiarowych równań $A_n u_n^\delta = f_n^\delta$ parametryzowaną przez n, gdzie $\{A_n \in L(X_n)\}$ jest pewną aproksymacją A, a $\{f_n^\delta\}$ dyskretyzacją zaburzonej prawej strony f^δ. Okazuje się, że dyskretyzacja na ogół nie jest regularyzacją.

W referacie będziemy rozważać regularyzację zależną od poziomu dyskretyzacji n i parametru regularyzacji Tichonowa. Wprowadzimy uogólnioną zasadę zależnego od δ wyboru tych parametrów, która zapewnia zbieżność, gdy $\delta \to 0$. Ponadto zajmiemy się przypadkiem, gdy poziom błędu nie jest dokładnie znany i parametry regularyzacji zależą od f_δ, a nie od δ. Wtedy zbieżność może być uzyskana jedynie przy szczególnie silnych założeniach nałożonych na rozwiązanie dokładne oraz błąd $f^\delta - f$, które są trudne do sprawdzenia w praktyce.

Bibliografia

[1] T. Regińska, *Discrepancy sets for combined least squares projection and Tikhonov regularization*, Mathematical Modelling and Analysis 22 (2017), 202–212.

[2] T. Regińska, *A new heuristic parameter choice rule in Tikhonov regularization applied for Ritz approximation of an ill-posed problem* (2020).