Łukasz Płociniczak
Wydział Matematyki Politechniki Wrocławskiej, Centrum Steinhausa

Metody numeryczne dla nieliniowych i nielokalnych równań parabolicznych wraz z zastosowaniami

Wiele zjawisk naturalnych i przemysłowych wykazuje nielokalne zachowanie zarówno w czasie jak i w przestrzeni. To pierwsze znaleźć można w procesach, w których cała ich historia wpływa na stan obecny. Z kolei nielokalność w przestrzeni wskazuje na fakt, że odległe obszary dziedziny mogą mieć pewien wpływ na punkty leżące lokalnie. Jest to przydatne przy opisywaniu ośrodków o wysokiej niejednorodności.

Nielokalne równania różniczkowe cząstkowe zawierają jeden lub kilka operatorów całkowych opisujących własności nielokalne. Przykładowo pochodne Riemanna–Liouville'a lub Caputo są używane w celu opisania zjawisk związanych z pamięcią, podczas gdy ułamkowy Laplasjan lub jego krewni opisują nielokalność przestrzenną. Metody numeryczne służące dyskretyzacji operatorów nielokalnych są z natury bardziej skomplikowane niż w przypadku klasycznym. Co więcej, przeprowadzanie symulacji z wykorzystaniem równań nielokalnych jest zwykle znacznie droższe, zarówno pod względem procesora, jak i pamięci.

W tym referacie przedstawimy kilka podejść do dyskretyzacji nielokalnych i nieliniowych równań parabolicznych w różnych rzeczywistych zastosowaniach, takich jak hydrologia i klimatologia. Należą do nich: przekształcenie do zwykłego równania całkowego dla równania ośrodka porowatego z pochodną ułamkową po czasie oraz metody Galerkina dla ogólnego równania parabolicznego z nielokalnością czasową. Naszkicujemy dowody zbieżności oraz stabilności tych metod oraz zilustrujemy te wyniki za pomocą obliczeń numerycznych. Wyniki omówione w niniejszym referacie zostały opublikowane w [2,3,1,4,5].

Bibliografia

[1] H. Okrasińska-Płociniczak, Ł. Płociniczak, *Second order scheme for self-similar solutions of a time-fractional porous medium equation on the half-line*, Applied Mathematics and Computation 424C (2022), 127033.

[2] Ł. Płociniczak, *Numerical method for the time-fractional porous medium equation*, SIAM Journal on Numerical Analysis 57 (2019), 638–656.

[3] Ł. Płociniczak, *Linear Galerkin–Legendre spectral scheme for a degenerate nonlinear and nonlocal parabolic equation arising in climatology*, Applied Numerical Mathematics 179 (2022), 105–124.

[4] Ł. Płociniczak, *A linear Galerkin numerical method for a quasilinear subdiffusion equation*, arXiv: 2107.10057 (2022).

[5] Ł. Płociniczak, *Error of the Galerkin scheme for a semilinear subdiffusion equation with time-dependent coefficients and nonsmooth data*, arXiv: 2202.13728 (2022).